

**Exercice 1 : Fibonacci**

On considère la suite de Fibonacci, définie par la relation suivante :

$$\begin{cases} f_0 = 0 \\ f_1 = 1 \\ f_n = f_{n-1} + f_{n-2} \end{cases}$$

- Écrire une fonction récursive qui calcule le terme de rang  $n$  de cette suite.
- Représentez par un arbre les appels de fonction imbriqués lors de l'évaluation pour l'appel de `fib(7)`.
- Quelle est la complexité en temps (*big-O*) de cette fonction ?
- Écrire une fonction itérative qui calcule le terme de rang  $n$ .
- Quelle est la complexité en temps de cette fonction itérative ?
- Écrire une fonction de mémoization en programmation dynamique qui encapsule votre fonction récursive afin de réduire la complexité.
- Quelle est la complexité de cette nouvelle fonction ?

**Exercice 2 : Simulation numérique**

Pour réaliser certaines fonctions de calcul dans une application de simulation numérique, on doit disposer d'une fonction calculant le polynôme suivant :

$$p(x) = \frac{0 \cdot x^0}{0!} + \frac{1 \cdot x^1}{1!} + \frac{2 \cdot x^2}{2!} + \frac{3 \cdot x^3}{3!} + \frac{4 \cdot x^4}{4!} + \frac{5 \cdot x^5}{5!}$$

Le calcul de ce polynôme a été programmé de la façon suivante dans cette application :

```
long factoriel(long n)
{
    return n == 0 ? 1 : n * factoriel(n-1);
}

double power(double x, int n)
{
    double result = 1.0;
    for (int i = 0; i < n; i++)
        result *= x;
    return result;
}

double compute_polynom(double x)
{
    double result = 0;
    for (int i = 0; i <= 5; i++)
        result += i*power(x, i)/factoriel(i);
    return result;
}
```

Cette fonction est appelée des millions de fois pendant le calcul de la simulation numérique, et les temps de calcul obtenus sont beaucoup trop élevés.

- Expliquez pourquoi la programmation de cette fonction n'est pas optimale au niveau des performances.
- Proposez des optimisations du code permettant de diminuer significativement les temps de calcul de cette fonction.